

## ANALITIKAI ÖSSZEFÜGGÉSEK ALKALMAZÁSA KUTAK ELVIZESEDÉSÉNEK VIZSGÁLATÁRA

BÁNKI DÁNIEL

Miskolci Egyetem, Műszaki Földtudományi Kar  
bluxix@gmail.com

**Absztrakt:** Egy szénhidrogéntelep leművelése során kiemelt fontosságú az elvizesedés előrejelezhetősége a termelő kutakban, így már időben megkezdhetők azok a technológiai műveletek, amelyekkel a hirtelen növekedő vízhozamot csökkenteni tudjuk. Általános gyakorlatban az ilyen vizsgálatokhoz rezervoár szimulációs szoftverek használhatóak, melyek azonban nagy kiterjedésű telepek esetén komoly hardver-, szoftver- és időigénnyel rendelkeznek. Egy hazánkban újfajta megközelítés az analitikai modellek használata (a numerikus helyett), melyek egzakt matematikai összefüggésekkel írják le a megfigyelni kívánt jelenséget, a legszignifikánsabb változók bevonásával. Ilyen analitikai modellek esetében azonban érvényességi határok és pontossági feltételek megadása szükséges a megfelelő alkalmazhatóság vizsgálatához, illetve minden ilyen modell tároló- és kútsoport-specifikus. A módszer előnyét képezi, hogy a szimulációs szoftverekre csak a kezdeti fázisban van szükség, később egy mobilis, alacsony memóriaigényű szoftver is képes a megadott feladat kiszámítására. Ez a módszer ennek megfelelően egy kezdeti ráfordítás és kísérlettervezés után időt és pénzt takarít meg, illetve nagyban növeli a mobilitást, hiszen a terepen is könnyen alkalmazható. [2] A konkrét példa, melyen az eljárás bemutatásra kerül egy mesterséges modell, amely egy ötpontos kútrendszert vízbesajtolásos művelését imitálja. A megfelelő vizsgálatokat elvégezve képezhető egy analitikai modell, amely a szimulációs szoftver (így a rezervoár) vizesedési viselkedését matematikai formában leírja. Az előállított összefüggés az adott mesterséges tároló elvizesedését grafikus módon is becsülhetővé teszi, a termelési ütem és a kúttávollások ismeretében.

**Kulcsszavak:** rezervoár szimuláció, analitikus modell, elvizesedés

### 1. BEVEZETÉS

A földalatti tárolók komplex viselkedésének leírását, és a bennük lévő telepfluidumok áramlását csak közelítő eljárásokkal lehet vizsgálni, ezzel a témakörrel foglalkozik a rezervoárszimuláció. A modellezéshez használt legelterjedtebb programok numerikus modellezésen alapulnak és az ún. véges differenciamódszert alkalmazják. [5] Az utóbbi évtizedben a különféle egyedi mérnöki tervezési feladatokra egyre inkább elterjedtek a végeselem módszert alkalmazó szoftverek, bár ezek az áramlások vagy a telepfluidumok összetételváltozásának modellezésére sok esetben kevésbé alkalmasak. A numerikus modellezésen belül egy újabb lehetőséget kínál a sok finomításra szoruló eljárás, a véges térfogat módszer, melyet még csak szűk körben alkalmaznak. A modellezés másik nagy típusa az analitikai modell, amikor a

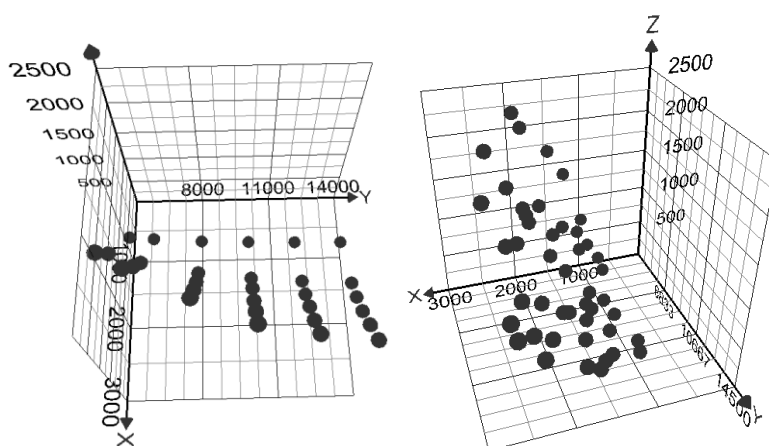
vizsgált teret nem elemi cellákra osztjuk fel, majd iteratív eljárásokkal számítjuk ki a kérdéses attribútumokat, hanem a vizsgált jelenségre egy darab, egzakt matematikai megoldást adunk meg. Az analitikus modelleknél minden esetben ki kell térni a modell hibájára, illetve, mivel a matematikai függvények a legtöbb esetben nem fedik a valóságot a teljes tartományon, ezért alkalmazhatósági határokat szükséges felállítani. Ennek a módszernek fontos tulajdonsága, hogy egy együtműködő rendszert teljes egészében nem képes leírni, csupán egy adott konkrét kérdésre vagy jelenségre kapunk választ. Alkalmazhatóságuk mégis jelentős, hiszen gyakran használják a kísérlettervezési folyamatokban (Experimental Design vagy DOE), illetve jó megoldást adhatnak, amikor egy többtényezős folyamatban csak a kezdő illetve a végpont kapcsolata a fontos, és csak a legszignifikánsabb paraméterek szükségesek a számításokhoz [1].

## 2. A VIZSGÁLT JELENSÉG, MUNKAFOLYAMAT

Az egyik jelenség, amelyre az analitikai megközelítés megfelelő pontosságú eredményt adhat, a szénhidrogéntermelő kutak elvizesedésének folyamata. Egy-egy termelő kút víztermelésének és termelvényének hányadosa a vízhányad, és amikor ez elér egy meghatározott értéket, akkor a kút elvizesedettnek tekinthető. Fontos megjegyezni, hogy a kritikus vízhányad értéke minden kútban más és más lehet, illetve a mindenkor gazdaságossági mutatók és a termelési technológia is nagyban befolyásolja, hogy mekkora víztermelés tolerálható egy adott kútnál. A bemutatott példán a kritikus vízhányad a termelvény tíz százalékaként lett megállapítva. A gyakorlatban a kritikus vízhányad helyett sok esetben kritikus termelési ütemet is meg szoktak adni, amely a maximális termelési ütem, amelynél még nem következik be vízáttörés. [3] A vizesedés jelensége jól leírható analitikai modell formájában, ebben az esetben csak a kezdőpont (kiindulási paraméterek), illetve a végpont (víztermelés) közötti kapcsolat a fontos, nem szükséges a folyamatot minden elemi cellára nagy pontossággal meghatározni. Az analitikai modell alapjául szolgáló adatok egy, a véges differencia elven működő rezervoárszimulációs szoftver, az ECLIPSE segítségével lettek előállítva egy mesterségesen létrehozott modellen. A végső matematikai összefüggések ennek a modellnek a vizesedését írják le idődimenzióban, az eredeti szoftver által számított adatokhoz képest öt százalék pontossággal. A függvényillesztés sikeresnek bizonyult. Mivel a jelenség időhöz kötött, ezért a pontosságra speciális megkötések érvényesek, hiszen a közeljövőben elvárt pontosság sokkal nagyobb, mint a távoli vizesedési időpontra adott becslések. Az előállított összefüggés mindenütt a hibahatáron belül ad megoldást, és a pontossága jellemzően nem időfüggő.

A munkafolyamat az analitikai modellek esetében sokkal hosszabb és több visszacsatolást tartalmazó, mint a numerikus modellezés, hiszen voltaképpen előbbi az utóbbin alapszik. Először a mesterséges rezervoár modell került kialakításra, majd az egyes különálló paraméterek hatásainak leírására érzékenységvizsgálatok lettek elvégezve. Az így megkapott adatokra történt függvényillesztések után láthatóvá vált az adott paraméter, illetve az elvizesedés függésének matematikai struktúrája. Az így előálló információk alapján kiválaszthatók a legszignifikánsabb változók (jelen

esetben a termelési ütem, a kúttávolság, valamint a rétegvastagság és a porozitás), majd regressziós lépésekkel képezhető rájuk az analitikai modell. Minden esetben teszt-, illetve kiegészítő-futtatások szükségesek ahhoz, hogy a mintatartomány jobban lefedésre kerüljön, növelve ezzel a pontosságot. [6] Az 1. ábrán található a felhasznált adatpontok vizuális szemléltetése egy adatkockán az érzékenységvizsgálatok, illetve a végső illesztés pontjai esetében. Az X tengely a besajtolás és a kitermelés távolsága, az Y tengely a termelési ütem, a Z tengely pedig az elvizedés számított értéke az ECLIPSE szoftverrel. Jól látható, hogy míg az érzékenységvizsgálatok a struktúra alapjait képezik, addig a kiegészítő futtatások a közbülső pontosságot növelik.



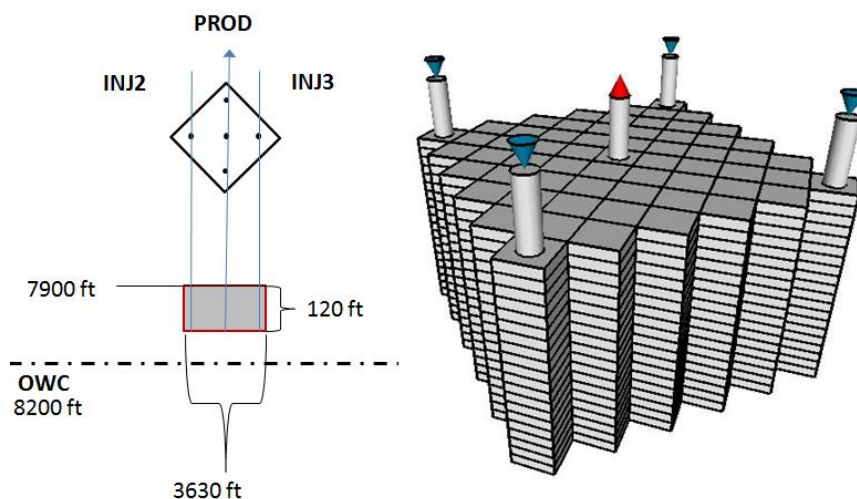
1. ábra

Érzékenységvizsgálatok és pontosságnövelő futtatások szemléltetése

### 3. A MESTERSÉGES REZERVOÁR MODELLEK

Alapvetően három analitikai modell került meghatározásra, három különböző rezervoár modellt figyelembe véve. A megfelelő matematikai struktúra megtalálása érdekében az első közelítések egy porozitás és permeabilitás szempontjából homogén rezervoár modellen lettek elvégezve, majd a vizsgálat két irányban lett folytatva. Az egyik esetben a változók száma került növelésre, a másikon pedig egy realisabb, heterogén porozitású és permeabilitású zónákkal ellátott mesterséges tárolóra történt az analitikai modellillesztés. Mindhárom rezervoár modell egy ötpontos kútrendszert tartalmaz egy termelő és négy vízbesajtoló kúttal. A rendszer mindegyik esetben izolált, nem történt víztestkapcsolás a tárolókhoz. A mesterséges rezervoárokhoz használt PVT-adatok egy valós mező együtműködő adatrendszereként kerültek át-emelésre, így a fluidumok viselkedése minden esetben valós méréseken alapuló adatokhoz kötött. A termelvény összetételét tekintve olajat és vizet tartalmaz, mivel a gáztermelést megszüntető áramlási kúttalpnymás határérték került beállításra, a talpnyomást a buborékponti nyomás fölött tartva. A besajtolási ütem RVR típusú (Reservoir Volume Replacement), azaz amennyi fluidum kerül kitermelésre telepállapotban, annyi víz kerül besajtolásra a besajtolókutak által. [7] A 2. ábrán a rezervoár

modellek általános geometriája látható, rajta a fent említett kútrendszerrel. Az elforgatott elhelyezés a metszetek valós cellafelezése miatt volt szükséges, így az oldalnézet síkjai minden esetben párhuzamosak a fő tengelyekkel.



2. ábra

A mesterséges tároló és a kútrendszer szemléltetése

A második modell esetében a mesterséges rezervoár hét, változó vastagságú, porozitás és permeabilitás szempontjából heterogén zónára lett felbontva. Ez a szcenárió az úgy nevezett extrém-permeábilis zónák elvizesedésre gyakorolt hatását volt hivatott modellezni. Az 1. táblázatban a heterogén modell adatai lettek összefoglalva. Az alapvető feltevés az volt, miszerint a legegyszerűbb eset, illetve a két továbbvitt verzió között matematikai struktúrában nem, hanem kizárólag együtthatókban lesz különbség az analitikai modelleket tekintve. Ez a sejtés igaznak bizonyult, még a vízfront beérkezési helyét és az elvizesedés dinamikáját megváltoztató második modell sem okozott eltéréseket az analitikai összefüggés típusán, csupán a paraméterekhez kötött koefficiensekben.

1. táblázat

|    | $\Phi$ | k<br>[mD] | h<br>[ft] | Z<br>[ft] |
|----|--------|-----------|-----------|-----------|
| 1. | 0,15   | 100       | 36        | 7900      |
| 2. | 0,25   | 500       | 12        | 7864      |
| 3. | 0,1    | 10        | 18        | 7852      |
| 4. | 0,3    | 600       | 6         | 7834      |
| 5. | 0,08   | 10        | 24        | 7828      |
| 6. | 0,2    | 300       | 6         | 7804      |
| 7. | 0,08   | 10        | 18        | 7798      |

A harmadik analitikai modell esetében érvényességi határok felállítása volt szükséges. Ebben az esetben már nem csak két paraméter (a termelési ütem és a kúttávolság), hanem négy változó bevonásával történt az analitikai modellillesztés, a porozitás és a rétegvastagság hozzáadásával. Az érvényességi határok érdemben nem rontják az analitikai modell alkalmazhatóságát, hiszen, mivel minden ilyen összefüggés az adott környezetre specifikus, így a porozitás és rétegvastagság értékek eleve egy meghatározott tartományon belül mozognak, valamint a termelési ütem és a kúttávolság is limitált.

#### 4. ANALITIKAI MODELLILLESZTÉS

A vizsgált elvizesedési jelenség legjobban a logaritmikus nemlineáris regresszióval volt közelíthető. A kétváltozós scenárióknál az elvizesedési idő logaritmusára aránylott a termelési ütemmel és a kúttávolsággal. A négyváltozós esetben az érvényességi határok mellett az illesztés típusa is kettős logaritmikussá vált, először a hatásukban lineáris változókat összegezve majd a hatásukban nemlineáris változókat bevonva. A létrehozott analitikai modellek szerkezetét mutatja be az alábbi paraméteres 1. egyenlet:

$$\begin{aligned} \ln[\text{WBTT}_2] &= a_1 \ln[D_{P-I}] + a_2 \ln[\text{FOPR}] + c_1 \\ \text{WBTT}_2 &= D_{P-I}^{a_1} \text{FOPR}^{a_2} e^{c_1} \\ \ln[\text{WBTT}_4] &= a_3 \ln[\text{WBTT}_2] + a_4 \ln[h] + a_5 \ln[\Phi] + c_2 \\ \text{WBTT}_4 &= [\text{WBTT}_2]^{a_3} h^{a_4} \Phi^{a_5} e^{c_2} \end{aligned} \quad (1)$$

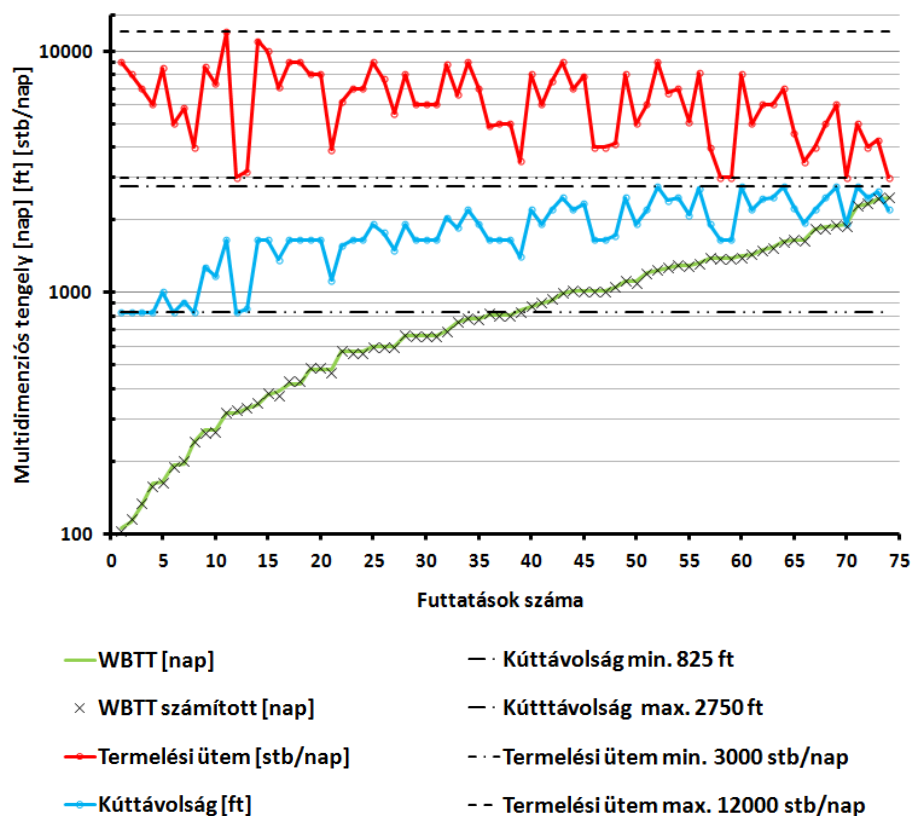
Az egyenletben „WBTT” [nap] az elvizesedési időt, „D” [ft] a kúttávolságot, „FOPR” [stb/nap] a telep termelési ütemét, „h” [ft] a rétegvastagságot és  $\Phi$  a porozitást jelölik, továbbá a konstansok „c” notációval, valamint az együtthatók „a” notációval lettek jelölve.

A heterogén rezervoár modell esetében az összefüggés az alábbiakban alakult, melyet a 2. egyenlet szemléltet. Az eltárolt analitikai modell természetesen nagyobb pontossággal dolgozik, mint amit az alábbi egyenlet alkalmaz.

$$\text{WBTT} = 1.42424 D_{P-I}^{2.06827} \text{FOPR}^{-1.05589} \quad (2)$$

Az illesztéshez az első analitikai modell, valamint a négyváltozós összefüggés esetében 95 adatsor lett használva, a heterogén rezervoár kútjának elvizesedését leíró második analitikai modell esetében pedig 75 adatsorra történt az illesztés. Az illesztések minden esetben tartalmazták az érzékenységvizsgálatok eredményeit, illetve a

Tempest ENABLE szoftver által generált eloszlások ún. “Scoping run” célú futtatásainak eredményeit is. A felhasznált adatsorokat, valamint az ECLIPSE és az analitikai modell által számított értékeket szemlélteti a 3. ábra.

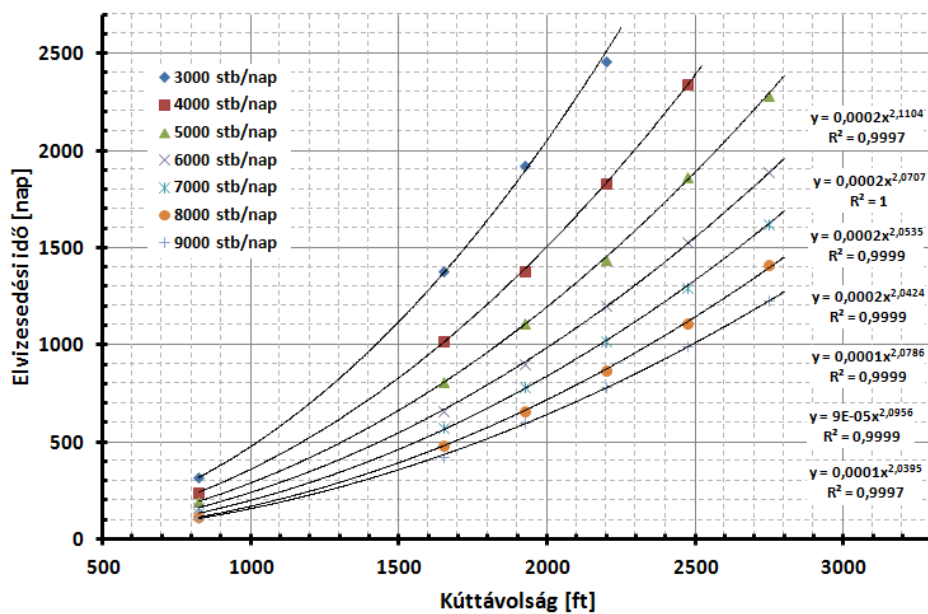


3. ábra

Adatsorok és számított értékek a heterogén rezervoár modell esetében

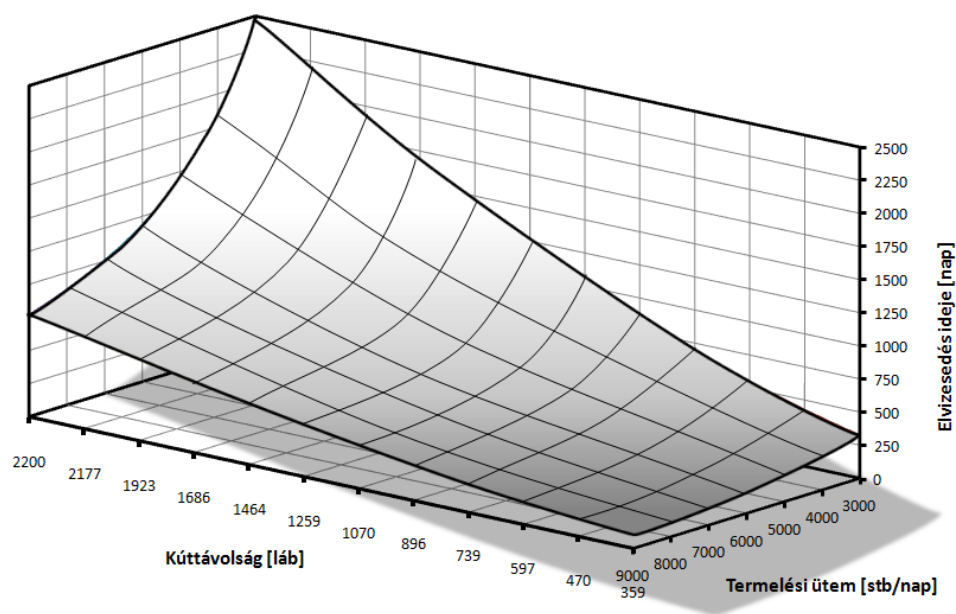
## 5. ALKALMAZHATÓSÁG

Mindhárom analitikai megközelítés hibahatáron belül becsli az elvezesedés idejét a szoftver által számított értékekhez képest. A konkrét esetben a szimuláció időtartama hét év volt, erre a tartományra érvényesek az összefüggések is. Két fő alkalmazási lehetőség adott az analitikai modellekhez. Az egyenletes forma lehetővé teszi a direkt becslést, illetve az összefüggést zárt tartományon és megadott értékekkel szemlélítve előállítható egy olyan grafikon, amely lehetővé teszi a számítást egyáltalán nem igénylő grafikus becslést is. Egy ilyen grafikus becslésre alkalmas szemléltetés található a 4. ábrán.



4. ábra

Az analitikai modell grafikus szemléltetése



5. ábra

Kétváltozós válaszfelület

Amikor a cél egy-egy jelenség függésének intenzitász-vizsgálata az azt leíró változótól, akkor az egyik lehetséges módszer az RSM (Response Surface Methodology) eljárás, mely során ún. válaszfelületet hoznak létre. [4]. Amikor egy adott tartományban mozognak a paraméterek, lehetséges, hogy az általuk képzett válaszfelület teljesen más viselkedésű, mint egy másik értékkészleten, ezért általában nincsen univerzális megoldás, a válaszfelületek tulajdonképpen egy-egy analitikai modellhez tartoznak és leírják, hogy a paraméterek változtatása milyen hatással van az adott jelenségre. Két változó esetén a legegyszerűbb ilyen válaszfelület egy háromdimenziós felszín. A cikkben bemutatott, termelési ütem és kúttávolságfüggő elvizesedési időhöz is képezhető egy ilyen válaszfelület, ami gyakorlatilag egy háromdimenziós grafikus becslést tesz lehetővé. Ez a becslés természetesen kisebb pontosságú, ilyen módszereknél elsősorban csak a szignifikanciaszintek megállapításához használják az RSM-et. Ennek oka, hogy több változó esetén már a dimenziók száma közvetlen módon nem jeleníthető meg derékszögű koordináta-rendszerben, ilyenkor általában különféle elrendezésekhez társítják az adott változó hatás-intenzitását. Az 5. ábrán az analitikai modell és jelen esetben a válaszfelület háromdimenziós szemléltetése található.

## ÖSSZEFOGLALÁS

Az analitikai modellek jóval egyszerűbben számíthatóak és szállíthatóak, mint a numerikus rezervoárszimulációs szoftverek, így egy egyszerűbb hardver- és szoftverpárosítással (személyi számítógép és akár egy egyszerű függvénykezelő program) a terepre is könnyen kivihetőek. Hibájukat tekintve jellemzően máshogy viselkednek, mint a numerikus modellezés, de a megfelelő korlátokkal, alapfeltevésekkel és elegendő mennyiségű reprezentatív adattal a pontosságuk megfelelő. A cikkben egy szakdolgozat formájában megvizsgált mesterséges rezervoár és az arra készített tárolóspecifikus analitikus modell került bemutatásra. Az analitikai összefüggés öt százalékos hibahatáron belül becsli a numerikus modellező szoftver által számított értékeket. A vizsgált jelenség az elvizesedés ideje egy ötpontos kútrendszert egyetlen termelő kútjában, a termelési ütem és a kúttávolság függvényében. Az ilyen empirikus képletekhez hasonló formulák használata a rezervoármechanikában elsősorban Oroszországban terjedt el a kezdetekben, de a lehetőségek, amelyeket a módszer kínál belföldön is hasznosíthatóak. Az analitikai modellek további kutatási tevékenységgel képezhetőek összetett mezőkre is, ilyenkor azonban egy-egy mezőt több ilyen összefüggés írhat le, akár kútminta alapján történő szétválasztással. Az eljárás más paraméterek vizsgálatára is alkalmassá tehető, például a kihozatali tényezők optimalizálása is kivitelezhetővé válhat a jövőben ezzel a szemlélettel.



## IRODALOM

- [1] EASTON V. J.–MCCOLL J. H.: *Statistics Glossary v1.1*. The STEPS Project, 1997.
- [2] GOKHALE, S. S.–TRIVENDI, K. S.: *Analythical Modeling, Encyclopedia of Distributed Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [3] LUCAS, S. K.: Maximising output from oil reservoirs without water breakthrough. *The Anziam Journal*, Vol. 45 (2004), 401–422.
- [4] NIST/Sematech: *e-Handbook of Statistical Methods*.  
/http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/, U.S. Department of Commerce, 2003.
- [5] PÁPAY, J.: *Development of Petroleum Reservoirs*. Budapest, Akadémiai Kiadó, 2003.
- [6] ROBINSON, S.: *Simulation: The Practise of Model Development and Use*. Palgrave Macmillan, 2014.
- [7] SCHLUMBERGER Information Solutions: *ECLIPSE Blackoil Reservoir Simulation*. Schlumberger, 2008.