KÜLÖNLENYOMAT
A NEHÉZIPARI MŰSZAKI EGYETEM MAGYAR NYELVŰ
KÖZLEMÉNYEI
XIII. KÖTETÉBŐL

DR. HUSZTHY LÁSZLÓ

Fogárok térfogatának kiszámítása kúpkerekeknél

MISKOLC
1967

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

FOGÁROK TÉRFOGATÁNAK KISZÁMÍTÁSA KÚPKEREKEKNÉL

Dr. HUSZTHY LÁSZLÓ
egyetemi adjunktus

Kézirat beérkezett: 1964. augusztus 25-én

1. A csonkakúpot helyettesítő henger

Az 1. ábrán látható csonkakúp alaplapjának területe T_1, fedőlapjának területe T_2, az alaplap és a fedőlap távolsága a kúp csúcspontjától m_1, ill. m_2. A csonkakúp térfogata:

$$K = \frac{1}{3}(T_1 m_1 - T_2 m_2). \qquad (1)$$

Ismert tétel szerint:

$$T_2 : T_1 = m_2^2 : m_1^2,$$

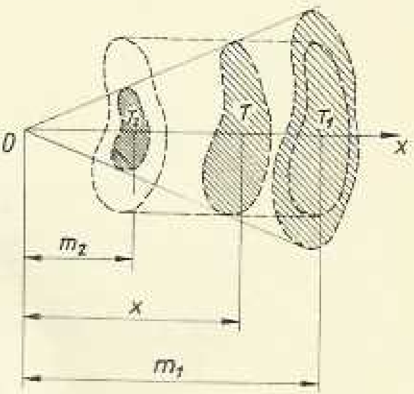
innen

$$T_2 = \frac{m_2^2}{m_1^2} T_1,$$

ezt behelyettesítve (1)-be:

$$K = \frac{1}{3}\left(T_1 m_1 - \frac{m_2^2}{m_1^2} T_1 m_2\right),$$

$$K = \frac{T_1}{3m_1^2}(m_1^3 - m_2^3). \qquad (2)$$



1. ábra

A csonkakúppal egyenlő térfogatú, $m_1 - m_2$ magasságú hengert keresünk, amelynek alapterülete egyelőre ismeretlen T érték és amelyre

$$T(m_1 - m_2) = \frac{T_1}{3m_1^2}(m_1^3 - m_2^3). \qquad (3)$$

A henger T alapterülete meg kell egyezzék a csonkakúp alkalmas x helyen vett keresztmetszetének területével.

Mivel

$$T : T_1 = x^2 : m_1^2,$$

$$T = \frac{x^2}{m_1^2} T_1,$$

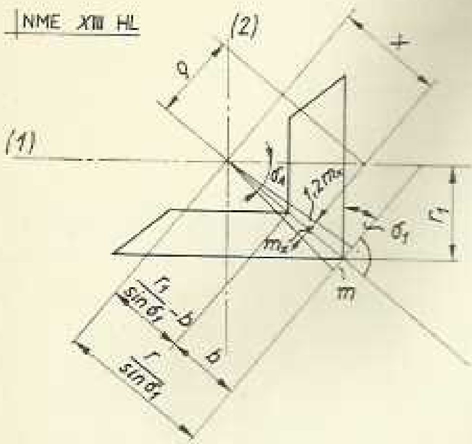
ezt behelyettesítve (3)-ba:

$$(m_1 - m_2)\,\frac{x^2}{m_1^2}\,T_1 = \frac{T_1}{3m_1^2}\,(m_1^3 - m_2^3),$$

egyszerűsítések után

$$x = \sqrt{\frac{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}{3}}. \tag{4}$$

A (4) szerinti x helyen vett metszet területe $(m_1 - m_2)$-vel szorozva adja a csonkakúp térfogatát.



2. ábra

2. A kúpkerék fogárkának térfogata

A 2. ábrából kiolvashatjuk, hogy az egyenes, elemi fogazású kúpkeréknél a b hosszúságú fogároknak megfelelő csonkakúp alakú testre nézve

$$\begin{cases} m_1 = \dfrac{r_1}{\sin \delta_1}; \\[2mm] m_2 = \dfrac{r_1}{\sin \delta_1} - b, \end{cases}$$

ahol r_1 az (1) kerék osztókörének sugara, δ_1 pedig az (1) kerék osztókúpjának félnyílásszöge. Ezekkel a (4) képlet így alakul:

$$x = \sqrt{\frac{\dfrac{r_1^2}{\sin^2\delta_1} + \dfrac{r_1}{\sin \delta_1}\left(\dfrac{r_1}{\sin \delta_1} - b\right) + \left(\dfrac{r_1}{\sin \delta_1} - b\right)^2}{3}}. \tag{5}$$

A kiegészítő kúp segítségével az előbb kiszámított x helyhez tartozó osztókörsugár:

$$\varrho = x \operatorname{tg} \delta_1 \tag{6}$$

Az x helyen vett metszetben a lábmagasságot és a fejmagasságot a 2. ábra jelöléseivel az

$$m_x : m = x : \frac{r_1}{\sin \delta_1}$$

aránypárból számítjuk:

$$m_x = \frac{mx}{r_1} \sin \delta_1 \,. \tag{7}$$

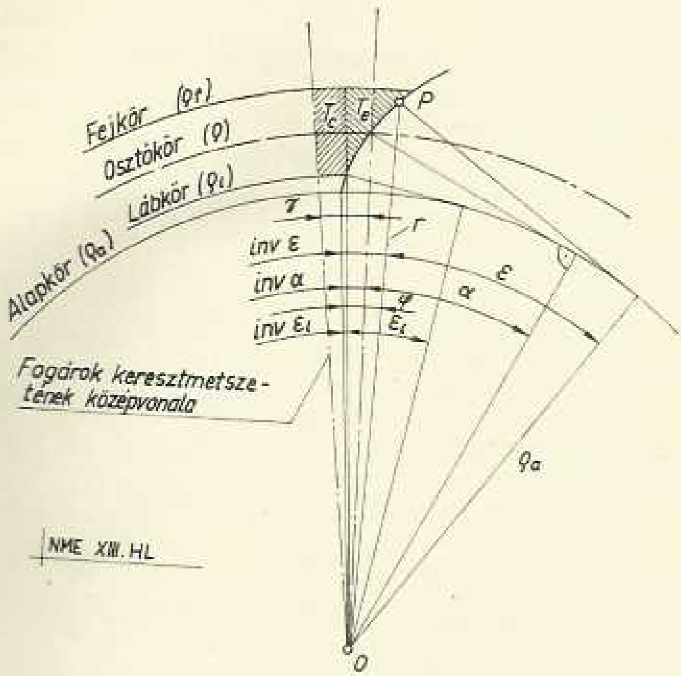
így az x helyen a fogárok tengelyére merőleges metszetben a fejkör és a lábkör sugara:

$$\left.\begin{aligned} \varrho_f &= \varrho + m_x\,; \\ \varrho_l &= \varrho - 1{,}2\, m_x. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

PDF-XChange Viewer Click to buy NOW! www.docu-track.com

Az eddigi adatok segítségével már felrajzolhatjuk a fogárok x helyen vett keresztmetszetének alakját (3. ábra).

A 3. ábra a fogárok keresztmetszetének felét mutatja. A keresztmetszet területe két részre bontható: a körgyűrűcikk alakú T_c területre és a T_e területre, amelyet egy sugár, egy evolvensív és egy körív határol.



3. ábra

Kiszámítjuk e két rész-területet: (a 3. ábra jelöléseivel)

$$T_c = \frac{\varrho_f^2\pi - \varrho_l^2\pi}{2\pi}\left[\gamma - (\text{inv}\,\alpha - \text{inv}\,\varepsilon_1)\right].$$

A γ szög (radiánban mérve) az $m_x\pi$ osztás negyedrészének és az osztókör sugarának a hányadosa. Ennek felhasználásával, a lehetséges egyszerűsítéseket elvégezve

$$T_c = \frac{\varrho_f^2 - \varrho_l^2}{2}\left[\frac{m_x\pi}{4\varrho} - (\text{inv}\,\alpha - \text{inv}\,\varepsilon_1)\right]. \tag{9}$$

A T_e terület kiszámításához felhasználjuk az evolvens tetszőleges P pontjára vonatkozó

$$r = \frac{\varrho_a}{\cos\varepsilon}$$

összefüggést, ahol ϱ_a az alapkör sugara.

PDF-XChange Viewer
Click to buy NOW!
www.docu-track.com

A területet olyan poláris koordinátarendszerben számítjuk ki, amelynek $\varphi=0$ tengelye a kerék 0 középpontjából kiinduló és az evolvens kezdőpontján átmenő félegyenes. Ilyen koordinátarendszerben a terület:

$$T_e = \int\limits_{\varphi=\varphi_a}^{\varphi_f} \int\limits_{r=r_a(\varphi)}^{r_f(\varphi)} r \, dr \, d\varphi,$$

ahol $r_a(\varphi)$ és $r_f(\varphi)$ az alsó, ill. felső határgörbét leíró függvény, φ_a és φ_f pedig a polárszögre vonatkozó határok.

A 3. ábrából látható, hogy

$$\varphi = \operatorname{inv} \varepsilon = \operatorname{tg} \varepsilon - \varepsilon,$$

ezért

$$d\varphi = \left(\frac{1}{\cos^2 \varepsilon} - 1\right) d\varepsilon,$$

így

$$T_e = \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_a}^{\varepsilon_f} \int\limits_{r=r_a(\varepsilon)}^{r_f(\varepsilon)} r \, dr \left(\frac{1}{\cos^2 \varepsilon} - 1\right) d\varepsilon = \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_a}^{\varepsilon_f} \int\limits_{r=r_a(\varepsilon)}^{r_f(\varepsilon)} r \operatorname{tg}^2 \varepsilon \, dr \, d\varepsilon.$$

Beírva a konkrét határokat:

$$T_e = \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f} \int\limits_{r=\frac{\varrho_a}{\cos \varepsilon}}^{\varrho_f} r \operatorname{tg}^2 \varepsilon \, dr \, d\varepsilon,$$

itt ε_f és ε_l az evolvens fejkörön, ill. lábkörön levő pontjához tartozó lefejtőszög.

Az integrál kiszámítása:

$$T_e = \frac{1}{2} \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f} \left[r^2 \right]_{r=\frac{\varrho_a}{\cos \varepsilon}}^{\varrho_f} \operatorname{tg}^2 \varepsilon \, d\varepsilon = \frac{1}{2} \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f} \left[\varrho_f^2 - \frac{\varrho_a^2}{\cos^2 \varepsilon} \right] \operatorname{tg}^2 \varepsilon \, d\varepsilon =$$

$$= \frac{1}{2} \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f} \left[\varrho_f^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon - \varrho_a^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{\cos^2 \varepsilon} \right] d\varepsilon =$$

$$= \frac{1}{2} \int\limits_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f} \left[\varrho_f^2 \left(\frac{1}{\cos^2 \varepsilon} - 1 \right) - \varrho_a^2 \frac{\operatorname{tg}^2 \varepsilon}{\cos^2 \varepsilon} \right] d\varepsilon = \frac{1}{2} \left[\varrho_f^2 (\operatorname{tg} \varepsilon - \varepsilon) - \varrho_a^2 \frac{\operatorname{tg}^3 \varepsilon}{3} \right]_{\varepsilon=\varepsilon_l}^{\varepsilon_f}.$$

Beírva $\operatorname{tg} \varepsilon - \varepsilon = \operatorname{inv} \varepsilon$ kifejezését és figyelembe véve, hogy $\varepsilon_l \approx 0$,

$$T_e \approx \frac{1}{2} \left[\varrho_f^2 \operatorname{inv} \varepsilon_f - \varrho_a^2 \frac{\operatorname{tg}^3 \varepsilon_f}{3} \right]. \tag{10}$$

Végül a fogárok térfogata:

$$K = 2(T_e + T_e)\, b \,. \tag{11}$$

PDF-XChange Viewer Click to buy NOW! www.docu-track.com

3. Példa

Legyen $z = 50$, $m = 10$ mm, $\delta = 30°$, $b = 100$ mm, $\alpha = 20°$.
A kerék osztókörének sugara:

$$r = \frac{mz}{2} = \frac{10 \cdot 50}{2}\ \text{mm} = 250\ \text{mm}.$$

Az x méret kiszámításához szükséges adatok:

$$\frac{r}{\sin\delta} = \frac{250\ \text{mm}}{\sin 30°} = \frac{250}{0{,}5}\ \text{mm} = 500\ \text{mm}.$$

$$\frac{r}{\sin\delta} - b = (500 - 100)\ \text{mm} = 400\ \text{mm}.$$

(5) szerint:

$$x = \sqrt{\frac{(5^2 + 5 \cdot 4 + 4)^2\ \text{dm}^2}{3}} = \sqrt{\frac{61\ \text{dm}^2}{3}} = 4{,}51\ \text{dm}.$$

(6) szerint:

$$\varrho = x\,\text{tg}\,\delta = 451\ \text{mm} \cdot \text{tg}\,30° = 451\ \text{mm} \cdot 0{,}5774 = 260{,}4\ \text{mm}.$$

(7) szerint:

$$m_x = \frac{mx}{r}\sin\delta = \frac{10\ \text{mm} \cdot 451\ \text{mm}}{250\ \text{mm}}\,0{,}5 = 9{,}02\ \text{mm}.$$

(8) szerint a fejkörsugár és a lábkörsugár az x helyen vett metszetben

$$\varrho_f = \varrho + m_x = (260{,}4 + 9{,}02)\ \text{mm} = 269{,}42\ \text{mm};$$

$$\varrho_l = \varrho - 1{,}2\,m_x = (260{,}4 - 1{,}2 \cdot 9{,}02)\ \text{mm} = 249{,}58\ \text{mm}.$$

Táblázatból:

$$\text{inv}\,\alpha = \text{inv}\,20° = 0{,}0149$$

A metszetbeli alapkörsugár:

$$\varrho_a = \varrho\cos\alpha = 260{,}4\ \text{mm} \cdot \cos 20° = 260{,}4\ \text{mm} \cdot 0{,}9397 = 244{,}7\ \text{mm}.$$

Az evolvens fejkörbeli pontjához tartozó lefejtőszög:

$$\varepsilon_f = \text{arc}\cos\frac{\varrho_a}{\varrho_f} = \text{arc}\cos\frac{244{,}7}{269{,}42} = \text{arc}\cos 0{,}9082 = 24°44' = 0{,}431.$$

Táblázatból:

$$\text{inv}\,\varepsilon_f = \text{inv}\,24°44' = 0{,}0297$$

Az evolvens lábkörbeli pontjához tartozó lefejtőszög:

$$\varepsilon_l = \text{arc}\cos\frac{\varrho_a}{\varrho_l} = \text{arc}\cos\frac{244{,}7}{249{,}58} = \text{arc}\cos 0{,}9804 = 11°22' = 0{,}1972.$$

Táblázatból:

$$\text{inv}\,\varepsilon_l = \text{inv}\,11°22' = 0{,}0038$$

Ezekkel az adatokkal (9) szerint:

$$T_e = \frac{\varrho_f^2 - \varrho_l^2}{2}\left[\frac{m_x\pi}{4\varrho} - (\text{inv}\,\alpha - \text{inv}\,\varepsilon)\right] =$$

$$= \frac{(269{,}42^2 - 249{,}58^2)\ \text{mm}^2}{2}\left[\frac{9{,}02\ \text{mm} \cdot \pi}{4 \cdot 260{,}4\ \text{mm}} - (0{,}0149 - 0{,}0038)\right] = 57{,}15\ \text{mm}^2.$$

(10) szerint:

$$T_s = \frac{1}{2}\left[\varrho_f^2\,\text{inv}\,\varepsilon_f - \varrho_a^2\frac{\text{tg}^3\,\varepsilon_f}{3}\right] = \frac{1}{2}\left[269{,}42^2 \cdot 0{,}0297 - 244{,}7^2\,\frac{0{,}4607^3}{3}\right] = 102\ \text{mm}^2.$$

(11) szerint tehát a fogárok térfogata:

$$K = 2(T_e + T_s)b = 2(0{,}57 + 1{,}02)\ \text{cm}^2\ 10\ \text{cm} = 31{,}8\ \text{cm}^3$$

Összefoglalás

Egyenes, elemi fogazású kúpkerekek fogárkának térfogatát könnyen meghatározhatjuk azzal a számítási egyszerűsítéssel, hogy a csonkakúp alakú testet vele egyenlő térfogatú hengeres testtel helyettesítjük; így nincs szükség a fogfelület bonyolult egyenletére, hanem csak a fogárok keresztmetszetének területét kell kiszámítani alkalmas helyen.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМА ВПАДИНЫ ЗУБА КОНИЧЕСКИХ ШЕСТЕРЕН

Др. Л. ХУСТИ

Резюме

Объем впадины зуба конических шестерен с элементарными прямыми зубьями может быть легко определен с помощью упрощения в расчетах; тело формы усеченного конуса заменяется равным ему по объему цилиндрическим телом, и таким образом нет необходимости в сложном уравнении поверхности зуба, только в подходящем месте следует вычислить площадь поперечного сечения впадины зуба.

VOLUMENBERECHNUNG VON ZAHNLÜCKEN AN KEGELRÄDERN

Dr. L. HUSZTHY

Zusammenfassung

Das Zahnlückenvolumen von geradverzahnten Kegelrädern läßt sich leicht mittels einer vereinfachten Rechnung bestimmen, indem man den Kegelstumpfkörper durch einen zylindrischen Körper ersetzt; demzufolge entfällt die komplizierte Gleichung zur Bestimmung der Zahnflanke und man hat lediglich die Querschnittsfläche der Zahnlücke an einer entsprechenden Stelle zu ermitteln.

CALCULATION OF THE VOLUME OF TOOTH GROOVES OF BEVEL GEARS

DR. L. HUSZTHY

Summary

The volume of a tooth groove of a straight-toothed elementary bevel gear can readily be calculated by using a simplification and substituting the truncated cone by a cylinder of the same volume. Thus the intricate equation of the tooth surface can be dispensed with, and only the cross-section of the tooth groove needs to be calculated at a convenient point.

CALCUL DU VOLUME DU CREUX DE DENT DES ROUES DENTÉES CONIQUES

DR. L. HUSZTHY

Résumé

On peut facilement déterminer le volume du creux de dent de sroues dentées conique, à denture droite, élémentaire, si l'on simplifie le calcul, en remplaçant le corps tronconique, par un corps cylindrique d'un volume identique. Ainsi l'équation compliqué de la surface de dent devient superflue et seulement la surface de la section du creux de dent doit être calculée, à un point approprié.